

Laboratorium Wentylacji i Klimatyzacji
Ćwiczenie nr 4
Wibroizolacja - Elastyczne mocowanie silnika

Politechnika Wrocławska
Wydział Inżynierii Środowiska

25 października 2021



Spis treści

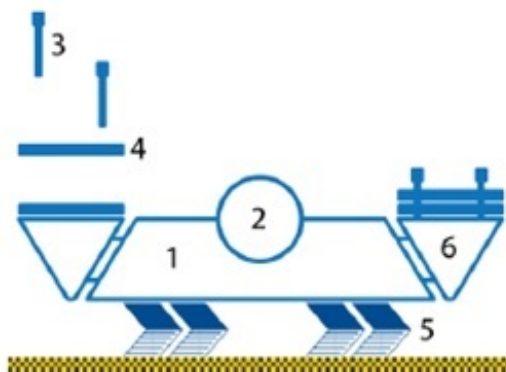
1	Informacje podstawowe	2
1.1	Sprzęt i narzędzia wykorzystywane podczas ćwiczenia	2
1.2	Cel ćwiczenia	3
1.3	Problematyka, przebieg ćwiczenia	3
1.4	Jak się przygotować do ćwiczenia?	3
2	Realizacja ćwiczenia	4
2.1	Opis matematyczny elastycznego mocowania silnika	4
2.2	Wyznaczenie współczynników równania różniczkowego	5
2.2.1	Wyznaczenie pulsacji rezonansowej	5
2.2.2	Wyznaczenie współczynnika tłumienia	6
2.2.3	Określenie sił w układzie wibroizolacji	7
2.3	Pomiary wykonywane na stanowisku	8
3	Zakres opracowania	11
4	Oznaczenia	12

1 Informacje podstawowe

W sekcji *informacje podstawowe* zebrano wyłącznie najważniejsze i bardzo skondensowane informacje dotyczące ćwiczenia. Warto bardzo dokładnie zapoznać się z tym krótkim fragmentem tekstu.

1.1 Sprzęt i narzędzia wykorzystywane podczas ćwiczenia

Podczas ćwiczenia studenci będą pracowali na stanowisku pomiarowym jakim jest platforma wibracyjna posadowiona na czterech wibroizolatorach gumowych. Schemat stanowiska pomiarowego został przedstawiony na rys. 1. Masa poszczególnych elementów platformy wibracyjnej zestawiono w tabeli 1.



Rysunek 1: Schemat platforma wibracyjna

Tablica 1: Parametry platformy wibracyjnej

Lp.	Nazwa	Waga/ Wymiar/ Uwagi
1	Platforma wibracyjna	134 kg
2	Silnik	44 kg
3	Śruba	2.27 kg
4	Odważnik dociążający	Masa wybita na boku odważnika
5	Wibroizolatory	Wysokość 50 mm / Model GP-100
6	Wspornik	32.2 kg

Narzędzia niezbędne do przeprowadzenia ćwiczenia to wysokościomierz suwmiarkowy, stroboskop oraz elektroniczny miernik drgań.

1.2 Cel ćwiczenia

Przeprowadzenie ćwiczenia wiąże się z realizacją następujących celów:

1. ugruntowanie wiedzy dotyczącej właściwości dynamicznych wibroizolatorów,
2. utrwalenie umiejętności korzystania z suwmiarki oraz wysokościomierza suwmiarkowego,
3. zdobycie umiejętności określania prędkości obrotowej wału silnika elektrycznego,
4. nabycie praktyki w zakresie wyznaczania amplitudy drgań maszyn wirnikowych,
5. nabycie umiejętności wyznaczania współczynników równania różniczkowego opisującego ruch harmonicznie drgający

1.3 Problematyka, przebieg ćwiczenia

Ćwiczenie polega na doświadczalnym wyznaczeniu parametrów równania różniczkowego opisującego układ elastycznego mocowania silnika oraz na określeniu skuteczności zastosowanych wibroizolatorów gumowych.

Ważne

Ćwiczenie laboratoryjne dotyka aspektów omawianych podczas wykładu oraz podczas ćwiczeń audytoryjnych z przedmiotu **Hałas i Wibracje**. Warto zajrzeć do własnych notatek i przypomnieć sobie materiał z już odbytych zajęć.

1.4 Jak się przygotować do ćwiczenia?

Przed przystąpieniem do ćwiczeń, należy zapoznać się z dalszą częścią instrukcji oraz z poniższymi instrukcjami laboratoryjnymi dostępnymi pod adresem www.wik.pwr.wroc.pl

2. Wibroizolacja - Pomiary statyczne amortyzatorów. Wyznaczanie częstości drgań swobodnych
3. Wibroizolacja - Badanie dynamiczne amortyzatorów

2 Realizacja ćwiczenia

W sekcji *realizacja ćwiczenia* opisano bardziej szczegółowo kluczowe kwestie związane z przeprowadzaniem ćwiczenia. Część tekstu powstała w oparciu o doświadczenia uczestników poprzednich edycji ćwiczeń, aby eliminować najczęstsze błędy popełniane podczas realizacji ćwiczenia.

2.1 Opis matematyczny elastycznego mocowania silnika

Pojęcie *elastyczne mocowanie silnika* będzie oznaczało uproszczony opis rzeczywistej konstrukcji, składającej się z masy oraz elementów sprężystych. Konstrukcja taka będzie opisana liniowym równaniem różniczkowym drugiego rzędu. W równaniu tym występują parametry, które odpowiadają rzeczywistym właściwościom materiałowym elementów sprężystych.

$$F_0 \sin(\omega t) = m \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + c \frac{dy(t)}{dt} + ky(t) \quad (1)$$

W przedstawionym równaniu 1 jednym z dwóch głównych elementów jest współczynnik sprężystości k . Współczynnik ten można zapisać równaniem 2.

$$k = \frac{F}{\delta} \quad (2)$$

Niestety okazuje się, że współczynnik sprężystości nie jest wielkością absolutną i stałą, niezależnie od warunków zewnętrznych. Wynika to z praw natury, które są zdecydowanie bardziej skomplikowane niż założony model opisany równaniem 1. Zważając na fakt, że w warunkach drgań współczynnik sprężystości ulega zmianie, w dalszej części instrukcji zostanie wyprowadzone pojęcie sprężystości statycznej k_{st} oraz dynamicznej k_d . Interpretacja równania 2 sprowadza się do stwierdzenia, że element sprężysty działa siłą proporcjonalną do aktualnego położenia. Pojęcie ugięcia δ w celu większego uogólnienia można zastąpić pojęciem położenia $y(t)$ zależnego od czasu i wyrażonego w jednostkach długości.

$$F = ky(t) \quad (3)$$

Kolejnym parametrem występującym w równaniu 1 jest współczynnik stałej tłumienia c . Występuje on przy pierwszej pochodnej położenia, czyli **prędkości**.

$$F = c \frac{dy(t)}{dt} \quad (4)$$

Interpretacja równania 4 sprowadza się do stwierdzenia, że element działa stałą siłą tylko w momencie, w którym występuje ruch.

Łącząc zależności 3 oraz 4 otrzymamy model matematyczny wibroizolatora, który posiada jednocześnie właściwości sprężyste i tłumiące. Ponieważ takie rozważania są kompletne wyłącznie w odniesieniu do masy, która jest zawieszona na wibroizolatorach, do kompletnego modelu należy dodać zależność związaną z siłą, która działa na każdą masę w ziemskim polu grawitacyjnym. Jak powszechnie wiadomo na każdą masę działa siła proporcjonalna do przyspieszenia ziemskiego, co można zapisać poniższą zależnością:

$$F = m \frac{d^2 y(t)}{dt^2} \quad (5)$$

Wiadomo, że obiekt poddany jest wymuszeniu ruchem harmonicznym pochodzącym od silnika, który możemy określić poniższym równaniem:

$$F_w = F_0 \sin(\omega t) \quad (6)$$

2.2 Wyznaczenie współczynników równania różniczkowego

Współczynnik sprężystości dynamicznej k_d oraz stała tłumienia c można określić na podstawie poniższych równań:

$$k_d = \omega_R^2 m \quad (7)$$

$$c = 2\zeta \omega_R m \quad (8)$$

Po podstawieniu do równania 1 powyższych zależności otrzymujemy równanie:

$$F_0 \sin(\omega t) = m \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2\zeta \omega_R m \frac{dy(t)}{dt} + \omega_R^2 m y(t) \quad (9)$$

Analizując równanie 9 doświadczalnie na stanowisku badawczym należy wyznaczyć masę układu m pulsację rezonansową ω_R oraz bezwymiarowy współczynnik tłumienia ζ .

2.2.1 Wyznaczenie pulsacji rezonansowej

Częstotliwość rezonansowa jest związana z pulsacją poniższą zależnością:

$$\omega_R = 2\pi f_R \quad (10)$$

Ważne

Pulsacja rezonansowa (lub wyliczona na jej podstawie częstotliwość rezonansowa) jest własnością danego układu (wibroizolatorów i masy obciążającej). Każdy układ składający się z konkretnych elementów sprężystych i danej masy ma swoją pulsację rezonansową. Z kolei pulsacja wymuszająca (lub wyliczona na jej podstawie częstotliwość wymuszająca) odpowiada drganiom generowanym przez silnik lub inne elementy wirujące. Regulując prędkość obrotową silnika zmieniamy częstotliwość wymuszającą, natomiast nie mamy żadnego wpływu na częstotliwość rezonansową, która jest własnością konkretnego układu i jest ona stała niezależnie czy silnik pracuje, czy jest wyłączony.

Wielkością wiążącą częstotliwości (pulsacje) wymuszającą i rezonansową jest parametr μ

$$\mu = \frac{\omega}{\omega_R} = \frac{f}{f_R} \quad (11)$$

Z powyższego wzoru wynika, że dla $\mu < 1$ częstotliwość wymuszająca jest mniejsza od rezonansowej (układ pracuje w obszarze podkrytycznym), a gdy $\mu > 1$ częstotliwość wymuszająca jest większa od częstotliwości rezonansowej (układ pracuje w obszarze nadkrytycznym).

2.2.2 Wyznaczenie współczynnika tłumienia

Bezwymiarowy współczynnik tłumienia można wyznaczyć wartość bezwymiarowej amplitudy względnej ν_R w warunkach rezonansu.

$$\zeta = \frac{1}{2\nu_R} \quad (12)$$

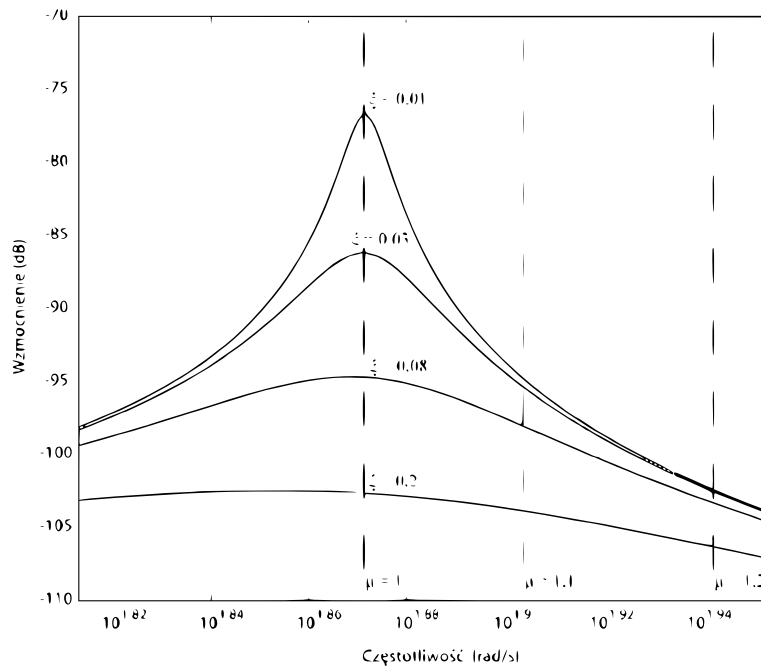
Bezwymiarowa amplituda względna ν_R określona jest poniższym równaniem:

$$\nu_R = \frac{my_R}{M_w R_m} \quad (13)$$

Jak wynika z powyższego równania niezbędne jest wyznaczenie iloczynu masy wirującej oraz promienia mimośrodowości. Wartość tą można obliczyć w oparciu o poniższe równanie:

$$M_w R_m = \frac{my\sqrt{(1-\nu^2)^2 + (2\zeta\nu)^2}}{\nu^2} \quad (14)$$

Jak można zauważyć w równaniu 14 występuje współczynnik tłumienia, który należy wyznaczyć, dlatego bezpośrednio nie można zastosować przedstawione zależności. Opierając się na założeniu, że wpływ współczynnika



Rysunek 2: Wzmocnienie amplitudy drgań w funkcji częstotliwości wymuszającej (pierwszy wykres Bodego)

tłumienia na amplitudę drgań nie jest jednakowy w całym zakresie częstotliwości wymuszających. Jak widać na rysunku 2, gdy częstotliwość wymuszająca znacznie przekracza częstotliwość rezonansową, amplitudy drgań układu są praktycznie niezależne od współczynnika tłumienia.

Jeżeli pomiary amplitudy zostaną przeprowadzone w obszarze częstotliwości, przy których współczynnik tłumienia nie ma już praktycznie żadnego wpływu na amplitudę drgań to można przyjąć, że równanie 14 przyjmuje poniższą postać:

$$M_w R_m = m y \frac{|1 - \nu^2|}{\nu^2} \quad (15)$$

Posiadając tak wyliczony iloczyn masy wirującej i promienia mimośrodowości można przystąpić do obliczeń bezwymiarowej amplitudy względnej ν_R w warunkach rezonansu korzystając ze wzoru 13.

2.2.3 Określenie sił w układzie wibroizolacji

W celu obliczenia amplitudy siły wymuszającej pochodzącej od silnika, będącego lewą stroną równania 9 należy wykorzystać poniższą zależność:

$$F_0 = M_w R_m \omega^2 \quad (16)$$

Natomiast amplitudę siły przenoszanej na fundament można obliczyć z zależności 17

$$F_p = k_{dy} \sqrt{1 + (\zeta\mu)^2} \quad (17)$$

2.3 Pomiary wykonywane na stanowisku

Wyznaczenie masy układu Określenie masy układu nie stanowi większego problemu, należy zsumować masę poszczególnych elementów platformy wibroizolacyjnej zestawionych w tabeli 1.

Pomiar częstotliwości drgań Pomiar prędkości obrotowej wału silnika należy wykonać przy pomocy lampy stroboskopowej o regulowanej częstotliwości impulsów świetlnych. Zmieniając prędkość obrotową silnika za pośrednictwem autotransformatora i mierząc jej wartość za pomocą stroboskopu, zbadać, dla jakiej jej wartości występują największe wychylenia układu z położenia równowagi.

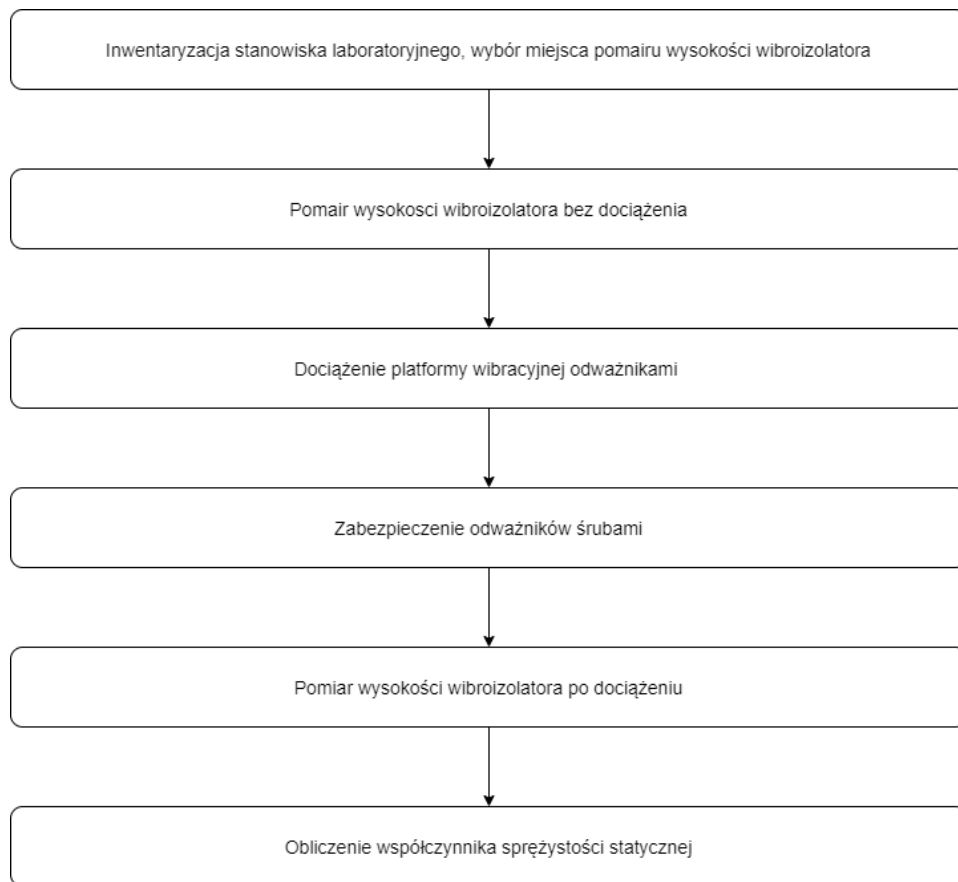
Sposób wykonania pomiaru prędkości obrotowej wału silnika

Wytypowany i oznaczony element wirujący sprzężony bez przekładni z wałem silnika, pod wpływem światła stroboskopu sprawia wrażenie nieruchomego, gdy częstotliwość błysków świetlnych jest równa prędkości obrotowej silnika

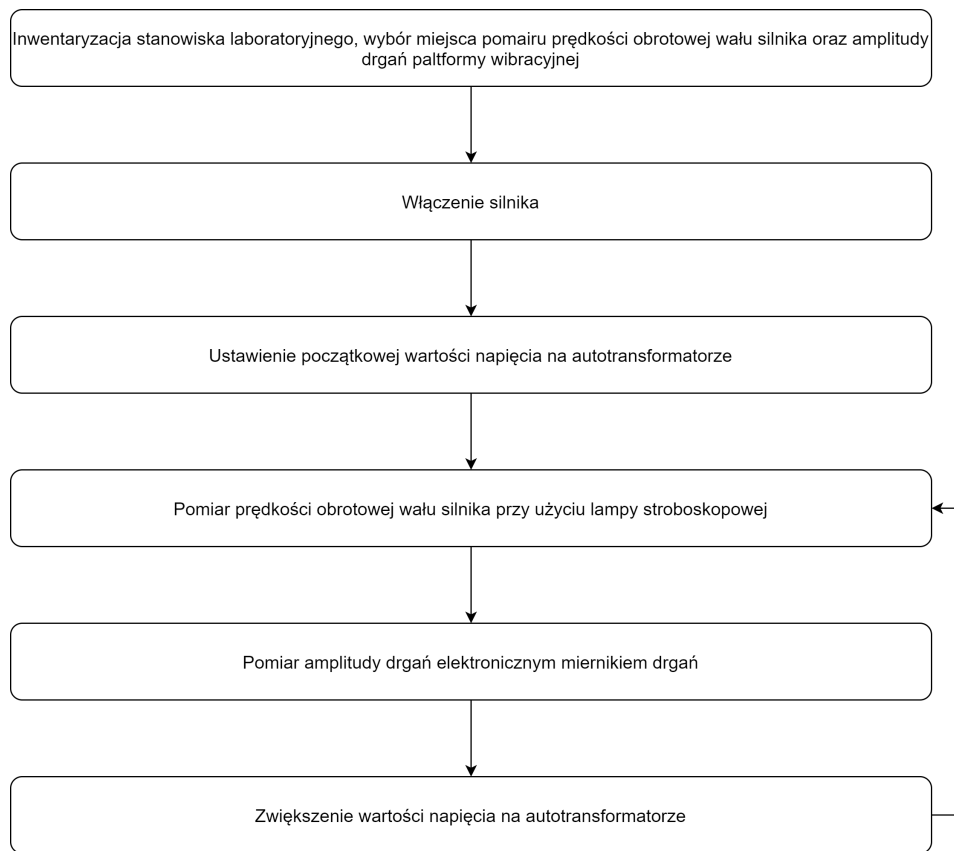
Pomiar amplitudy drgań Do wyznaczenia amplitudy drgań, występującej na układzie przy danej prędkości obrotowej wału silnika posłużono się elektronicznym miernikiem drgań Lutron VB-8206SD. **Każdorazowo należy uzgodnić z prowadzącym miejsce pomiaru amplitudy drgań.**

Odczytywanie wartości z elektronicznego miernika drgań

Wykorzystywany miernik drgań wyświetla wartość pełnego wychYLENIA UKŁADU. Dlatego aby otrzymać wartość amplitudy drgań należy odczytaną wartość z urządzenia podzielić przez 2.



Rysunek 3: Diagram wyznaczenie współczynnika sprężystości statycznej wibroizolatora



Rysunek 4: Diagram wyznaczenia amplitudy drgań i częstotliwości wymuszającej

3 Zakres opracowania

W sprawozdaniu należy zamieścić następujące elementy:

- strona tytułowa
- spis treści, ilustracji, tabel itd.,
- przedstawienie problematyki ćwiczeń laboratoryjnych wraz z realizowanym zakresem,
- przykład obliczeniowy, przedstawiony w jasny i zrozumiały sposób.

Ponadto dla każdego z przypadków badanych mas układu należy zawrzeć:

- obliczony współczynnik sprężystości dynamicznej oraz stałą tłumienia,
- obliczony współczynnik stosunku sprężystości dynamicznej do statycznej,
- zapis równania różniczkowego z wyliczonymi współczynnikami,
- wykres amplitudy drgań w funkcji częstotliwości wymuszającej,
- wykres amplitudy siły wymuszającej w funkcji częstotliwości wymuszającej,
- wykres amplitudy siły przenoszonej na fundament w funkcji częstotliwości wymuszającej
- wykres ilorazu amplitudy siły przenoszonej na fundament i siły wymuszającej w funkcji ilorazu częstotliwości wymuszającej i rezonansowej,
- biorczy wykres amplitudy drgań w funkcji częstotliwości wymuszającej dla 4 przypadków masy układu,
- zestawienie tabelaryczne obliczonych współczynników,
- wnioski oraz interpretację wykresów.

4 Oznaczenia

c - stała tłumienia

f - częstotliwość drgań, s^{-1}

f_R - częstotliwość rezonansowa, s^{-1}

F - siła, N

F_0 - amplituda drgań siły wymuszającej, N

F_P - amplituda drgań siły przenoszonej na fundament, N

F_w - siła wymuszająca, N

k - współczynnik sprężystości, $N\ m^{-1}$

k_d - współczynnik sprężystości dynamicznej, $N\ m^{-1}$

k_{st} - współczynnik sprężystości statycznej, $N\ m^{-1}$

m - masa, kg

$M_w R_m$ - iloczyn masy wirującej i promienia mimośrodowości, $kg\ m$

t - czas, s

y - amplituda drgań, m

y_R - amplituda drgań w warunkach rezonansu, m

δ - ugięcie statyczne, m

ω - pulsacja, $rad\ s^{-1}$

ω_R - pulsacja rezonansowa, $rad\ s^{-1}$

ζ - bezwymiarowy współczynnik tłumienia

μ - stosunek częstotliwości wymuszającej do częstotliwości rezonansowej

ν_R - bezwymiarowa amplituda względna